

## Thermodynamics

قوانین بنیادی ترمودینامیک برای درک نحوه عملکرد کمپرسور، قانون گاز ایده ال است که به شکل رابطه زیر بیان می شود:

$$Pv=RT \quad (2-1)$$

به طوری که:  
 $P =$  فشار  
 $v =$  حجم مخصوص  
 $T =$  دمای مطلق

$R =$  ثابت گاز که تابعی از وزن مولکولی گاز است (  $R = ۱,۵۴۵ / MW \text{ ft-lbf/lbm-}^\circ R$  در سیستم انگلیسی و  $R = ۸,۳۱۴ / MW \text{ N.m/kg.k}$  در سیستم SI است که وزن مولکولی  $R =$  ) این رابطه نشان می دهد که اگر حجم گاز ثابت نگه داشته شود و به گاز حرارت داده شود، فشار با نسبت مستقیم با دمای مطلق افزایش پیدا می کند. اگر دمای گاز ثابت نگه داشته شود، تغییر در فشار با نسبت معکوس به تغییر حجم تغییر می کند. از این گذشته،  $R$  تنها تابعی از وزن مولکولی گاز است و برای یک گاز خالص و یا یک ترکیب مقداری ثابت و مشخص دارد. از این رو، هرگونه تغییر در فشار، حجم، و دما باید در رابطه زیر صدق کند

$$= \text{Const.} \frac{Pv}{R}$$

هیچ گازی عیناً در این قانون صدق نمی کند، هرچند، هرگونه تغییری در هر کدام از پارامترها در نتیجه تغییر یکی دیگر از پارامترهاست که دلالتی بر قانون گاز ایده ال است.<sup>۱</sup> به این نکته توجه داشته باشید که گازها در فشارهای خیلی پایین و یا دماهای خیلی بالا به قانون گاز ایده ال نزدیک می شوند. میزان انحراف از قانون گاز ایده ال تابعی از نوع گاز و فشار و دمای است که در آن کار می کند. قانون گاز ایده ای می تواند رابطه گاز حقیقی را نتیجه دهد بوسیله معرفی کردن پارامتر انحراف که به صورت ضریب فشردگی  $Z$  تعریف می شود. بنابراین، قانون گاز ایده ال به صورت زیر تصحیح می شود:

$$Pv=ZRT \quad (2-2)$$

این رابطه ارتباط دقیق گازهای حقیقی را بیان می کند، چونکه همیشه به رابطه مابین فشار، حجم و دما در گاز وجود دارد. به منظور آماده کردن این رابطه برای استفاده، هنوز، نیاز به تهیه یک رابطه کلی برای محاسبه ضریب فشردگی سازی داریم.<sup>۲</sup> نمودارهای عمومی ضرایب فشردگی سازی، که می توان آنها را در جاهای بیشتری همچون نشریات علمی پیدا کرد در پیوست C آورده شده اند، این نمودارها نتایج این مطالعات هستند. نمودارهای فشردگی سازی به شکل تابعی از کاهش فشار  $P_r$  و کاهش درجه حرارت  $T_r$  مربوط به گاز یا مخلوط گازی، فرمول بندی شده اند. میزان کاهش فشار بوسیله تقسیم کردن فشار حقیقی بر فشار بحرانی برای گاز بدست می آید:

$$(2-3) P_r = \frac{P}{P_c}$$

و به همین شکل:

$$(2-4) T_r = \frac{T}{T_c}$$

از این دو رابطه، یکی می تواند فرض ابتدایی باشد که نمودارهای فشردگی سازی بر اساس آن تنظیم شوند.<sup>۳</sup> فرض به صورت قانونی متناظر با هر مرحله شناخته می شود، که بیان می کند که هر دوگازی که در یک درصد

<sup>۱</sup> No gas conforms exactly to this law; however, the direction of change of any parameter resulting from a change in any other parameter will be as the ideal gas law implies

<sup>۲</sup> In order to make this equation useful, however, it was necessary to develop a universal method of calculating the compressibility factor

<sup>۳</sup> From these two equations, one can see the primary assumption upon which the compressibility charts are based.

مشخص و برابری از فشار بحرانی و دمای بحرانی قرار دارند رفتار مشابهی خواهند داشت.<sup>۴</sup> این دقیقاً درست نیست، بدان وسیله یک مقدار برای ضریب فشرده سازی از طریق نمودارها تخمین زده می شود.<sup>۵</sup> این تخمین به رفتار واقعی بسیاری از گازها نزدیک است. بهرحال، بدست آوردن این تخمین برای محاسبات مهندسی بسیار سودمند است.

رابطه ۲-۲ به نام رابطه حالت شناخته شده است.<sup>۶</sup> رابطه های حالت مختلفی در نشریات علمی موجود است که رابطه های دقیق تری هستند، ولی هیچکدام از آن روابط به آسانی رابطه ۲-۲ در بدست آوردن یا استفاده نیستند. این فرم مقدماتی رابطه، استفاده گسترده ای برای بدست آوردن تخمین ها در فرضیات کمپرسورها دارد. پارامترهای مورد نیاز یک کمپرسور می تواند به طور دقیقتری از طریق نمودارهای Mollier محاسبه شوند. بیشتر نمودارها موجود می باشند، هرچند، آنها برای همه گازهای خالص یا مخلوط گازها قابل خواندن و استفاده نیستند. برای این موارد خواننده می تواند به رابطه ۲-۲ رجوع کند. ( به این نکته توجه داشته باشید که می توان نمودار Mollier را برای هر گاز یا ترکیبی تهیه کرد، هرچند که خواننده معمولاً به این نمونه نمودارها که با فرض یک کمپرسور و گاز خاصی تهیه شده اند دسترسی ندارد مگر آنهایی که در نشریات یا پیوست C درج شده اند. )

• فرآیندهای آدیباتیک و پلی تروپیک<sup>۷</sup>

فرآیند آدیباتیک به فرآیندی گفته می شود که در طول فرآیند هیچگونه تبادل حرارتی صورت نمی گیرد. این به این معنی نیست که دما ثابت باشد، بلکه بدان معنی است که هیچ گونه انتقال حرارتی به یا از سیستم نخواهیم داشت.

سازندگان کمپرسور معمولاً از اصطلاح " آدیباتیک " به معنی " آدیباتیک - ایزنتروپیک (انترپی ثابت )" استفاده می کنند. بنابراین، هنگامی که از هد آدیباتیک صحبت می شود، یک معنی معمول آن هد آدیباتیک - ایزنتروپیک است. فرآیند آدیباتیک - ایزنتروپیک به فرم زیر فرمول بندی می شود:

$$Pv^k = Const.$$

فرآیند پلی تروپیک فرآیندی است با انترپی متغیر که در آن انتقال حرارت خواهیم داشت. که معادله ۲-۵ نتیجه می دهد.

هر کدام از این فرآیندها می تواند بازگشت پذیر باشند، اگر کارایی ۱۰۰٪ باشد. توجه کنید که فرآیند آدیباتیک یک مورد خاص از نمونه عمومی تری از فرآیند پلی تروپیک است:

$$(2-5) Pv^n = Const.$$

که:

( نسبت حرارت مخصوص ها $\frac{C_p}{C_v}$ ) برای فرآیند آدیباتیک - ایزنتروپیک	<b>k=n</b>
برای فرآیند ایزوترمال <sup>۸</sup> (دما ثابت)	<b>۱=n</b>
برای فرآیند ایزوباریک <sup>۹</sup> (فشار ثابت)	<b>۰=n</b>
برای فرآیند ایزومتریک <sup>۱۰</sup> (حجم ثابت)	<b>n=∞</b>

همه کمپرسورها به نحوی از رابطه ۲-۵ پیروی می کنند. با استفاده از رابطه ۲-۵ می توان روابط مربوط به نسبت فشار ( $r_p$ ) ، نسبت حجم ( $r_v$ ) و نسبت دما ( $r_t$ ) را بدست آورد، که در محاسبات کمپرسورها کاربرد فراوانی دارند.

بازنویسی رابطه ۲-۵ به شکل زیر می شود:

<sup>۴</sup> The assumption is known as the law of corresponding states, which expresses that any two gases that are at the same percentage of their respective critical pressure and critical temperature behave alike

<sup>۵</sup> There is exactly true, thereby making the value of the compressibility factor obtained from the charts an approximation

<sup>۶</sup> Equation ۲-۲ is known as an equation of state

<sup>۷</sup> Adiabatic and Polytropic Processes

<sup>۸</sup> Isothermal

<sup>۹</sup> Isobaric

<sup>۱۰</sup> Isometric

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n = \text{Const.}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n$$

و از آنجا خواهیم داشت:

$$r_p = \frac{P_2}{P_1}$$

و

$$r_v = \frac{v_1}{v_2}$$

پس خواهیم داشت

$$r_p = r_v^n \quad (۲-۶)$$

$$r_v = r_p^{1/n} \quad (۲-۷)$$

مرحله بعد معرفی یک رابطه برای نسبت دما است:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n$$

$$Pv = RT$$

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} = R = \text{const.}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}\right)^n$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-n} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^n = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-n}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$(۲-۸)$$

$$r_p = r_t^{\frac{n}{n-1}}$$

$$(۲-۹)$$

$$r_t = r_p^{\frac{n-1}{n}}$$

$$(۲-۱۰)$$

$$r_v = r_t^{\frac{1}{n-1}}$$

$$(۲-۱۱)$$

$$r_t = r_v^{n-1}$$

به همین شکل رابطه بین نسبت دما و نسبت حجم را می توان بدست آورد:

توجه کنید که اگر  $k$  به جای  $n$  در روابط ۶-۲ تا ۱۱-۲ جانشین شود، روابط بین نسبت های فشار، حجم و دما برای فرآیند آدیباتیک بدست می آید مشروط به آنکه ضریب کارایی فرآیند ۱۰۰٪ و در نتیجه بازگشت پذیر باشد.

تمامی روابط برای دسترسی آسانتر در این جدول ارائه شده اند:

Polytropic Process	Adiabatic Process (when the adiabatic efficiency = 100%)
$P_v^n = \text{constant}$	$P_1^k = \text{constant}$
$r_p = r_v^n$	$r_p = r_v^k$
$r_v = r_p^{1/n}$	$r_v = r_p^{1/k}$
$r_p = r_t^{n/(n-1)}$	$r_p = r_t^{k/(k-1)}$
$r_t = r_p^{(n-1)/n}$	$r_t = r_p^{(k-1)/k}$
$r_v = r_t^{1/(n-1)}$	$r_v = r_t^{1/(k-1)}$
$r_t = r_v^{n-1}$	$r_t = r_v^{k-1}$

مقدار کارایی پلی تروپیک در مقدار  $n$  در این روابط تأثیر داده شده است، پس کاربرد گسترده ای در محاسبات کمپرسورها برای جدول بندی دارند.<sup>۱۱</sup>

نسبت حجمی که از این طریق محاسبه می شود با نسبت حجم واقعی که تنها وابسته به نسبت ورودی و خروجی عوامل فشرده سازی است متفاوت است.<sup>۱۲</sup> روابط آدیباتیک را از طرف دیگر می توان از فرآیند آدیباتیک، ایزنتروپیک بدست آورد. بنابراین، روابط آدیباتیک تنها زمانی بکار برده می شوند که کارایی فشرده سازی آدیباتیک ۱۰۰٪ باشد. دمای خروجی حقیقی خیلی بیشتر از مقداری است که با روابط آدیباتیک محاسبه می شود و روابط دمای خروجی برای فشرده سازی آدیباتیک برای فرآیندی با  $\eta_{ad} < 100\%$  به دنبال مطلب در همین فصل ذکر خواهد شد.

• هد، کار و کارایی<sup>۱۳</sup>

فرم کلی رابطه هد ترمودینامیکی برای یک فرآیند پلی تروپیک به شکل زیر است:

$$H_p = ZRT_1 \frac{n}{n-1} \left[ r_p^{n-1/n} - 1 \right] \quad (2-12)$$

این رابطه بوسیله انتگرال گیری از رابطه کار جریان ثابت، حالت ثابت<sup>۱۴</sup> بدست می آید:

$$H_p = \int v dp$$

برای نحوه محاسبه به پیوست A مراجعه کنید.

توجه کنید که  $R$ ، ثابت گاز، نسبت معکوس با وزن مولکولی دارد:

$$R = \frac{\text{const.}}{MW}$$

بنابراین، میزان هد مورد نیاز برای فشرده کردن یک گاز نسبت معکوسی با وزن مولکولی آن دارد. همچنین توجه داشته باشید که هد مورد نیاز نسبت مستقیم با دمای ورودی و نسبت فشار مورد نیاز دارد.

هد مورد نیاز نسبت مستقیم با ضریب فشرده سازی دارد. بدین معنی است که هرچه ضریب فشرده سازی کمتر باشد هد مورد نیاز کمتر خواهد بود و از آنجا نتیجه می شود که کار مورد نیاز کمتر می باشد.

فرض مقدار  $Z=1,0$  تقریباً همیشه یک فرض محافظه کارانه است. هنگامی که در حین فرآیند فشرده سازی مقدار  $Z$  به  $0,75$  یا کمتر می رسد، فرض  $1,0$  برای  $Z$  یک فرض محافظه کارانه بی فایده است.

رابطه هد برای فرآیند آدیباتیک از رابطه ۱۲-۲ با جایگزینی  $k$  به جای  $n$  بدست می آید:

<sup>۱۱</sup> These relationships for the polytropic process already have the polytropic efficiency included in the  $n$ -value and therefore find extensive use in compressor calculations as tabulated.

<sup>۱۲</sup> The volume ratio thus calculated differs from the actual volume ratio only by the ratio of the inlet and discharge compressibility factors

<sup>۱۳</sup> Head, Work, and efficiency

<sup>۱۴</sup> Steady-state, stady-flow



$$H_{ad} = ZRT_1 \frac{k}{k-1} \left[ r_p^{k-1/k} - 1 \right]$$

مقدار  $n$  برای هر گاز تابعی از مقدار  $k$  و کارایی پلی تروپیک است. این رابطه بوسیله معادله ۲-۱۳ نشان داده شده است

$$\frac{n}{n-1} = \frac{k}{k-1} \eta_p \quad (2-13)$$

هرگاه:

$$\eta_p = \text{کارایی پلی تروپیک}$$

نحوه محاسبه معادله ۲-۱۳ در پیوست A ذکر شده است. کارایی یک فرآیند ترمودینامیکی به صورت نسبت کار خروجی به کار ورودی تعریف می شود. کار خروجی در واحد جرم گاز فشرده شده برابر با هد پلی تروپیک است. کار ورودی در واحد جرم گاز فشرده شده به صورت زیر تعریف می شود:

$$w = \frac{H_p}{\eta_p}$$

اگر این رابطه را با جرم جریان ترکیب کنیم و پس از یک تبدیل ثابت مناسب، کار تبدیل به توان<sup>۱۰</sup> مورد نیاز گاز می شود:

$$PWR = \frac{mH_p}{c_1 \eta_p} \quad (2-14)$$

که:

$$m = \text{جرم جریان}$$

$$c_1 = \text{تبدیل ثابت}$$

همچنین، برای فشرده سازی آدیاباتیک

$$w = \frac{H_{ad}}{\eta_{ad}}$$

و توان مورد نیاز نیز برابر است با

$$PWR = \frac{mH_{ad}}{c_1 \eta_{ad}}$$

زمانی که کمپرسور در محل نصب شد، توان مورد نیاز از محرك محاسبه شده، خواه فرآیند در طی طراحی آدیاباتیک یا پلی تروپیک فرض شده باشد برابر است. بنابراین، کار ورودی باید مقدار یکسانی داشته باشد خواه فرآیند آدیاباتیک و یا پلی تروپیک فرض شود

$$w = \frac{H_{ad}}{\eta_{ad}} = \frac{H_p}{\eta_p}$$

تنها احتیاطی که در مورد استفاده از مقادیر باید شود این است که:

**وقتی هد آدیاباتیک استفاده می شود، کارایی آدیاباتیک استفاده شود**

**وقتی هد پلی تروپیک استفاده می شود، کارایی پلی تروپیک استفاده شود**

• چرا از فرآیند پلی تروپیک استفاده می شود؟<sup>۱۱</sup>

پس از بحث بر روی معادله کار، برای محاسبه توان صحیح باید مشخص شود که فرآیند آدیاباتیک است یا پلی تروپیک. اکنون سؤال این است، چرا مهندس طراح باید فرضیات خود را بر مبنای کمپرسور با فرآیند پلی تروپیک انجام دهد؟ در آخر مشخص می شود که فرض آدیاباتیک بسیار سریعتر است، زیرا در فرض آدیاباتیک احتیاجی به محاسبه مقدار  $n$  نیست.

<sup>۱۰</sup> Power

<sup>۱۱</sup> Why use the polytropic process?

در حقیقت، محاسبات پلی تروپیک ساده تر است، مخصوصاً در محاسبه دمای خروجی. در راه حل پلی تروپیک ۲ مقدار متوسط بیشتر از آدیباتیک باید محاسبه شود<sup>۱۷</sup>: اول میانگین کارایی پلی تروپیک است. معادله ۲-۱۳ رابطه بین مقدار  $\eta$ ، مقدار  $k$  و کارایی پلی تروپیک را نشان می دهد. این رابطه را برای راحتی کمی تغییر می دهیم<sup>۱۸</sup>:

$$\eta_p = \frac{\frac{n}{k-1}}{\frac{n-1}{k-1}} \quad (2-13)$$

از این رابطه می توان استنباط کرد که کارایی پلی تروپیک به حالت ترمودینامیکی<sup>۱۹</sup> گازی که تحت فشرده سازی قرار دارد بستگی دارد. رابطه کارایی آدیباتیک به شکل زیر محاسبه می شود:

$$w = \frac{H_{ad}}{\eta_{ad}} = \frac{H_p}{\eta_p}$$

$$\frac{H_{ad}}{\eta_{ad}} = \frac{H_p}{\eta_p} \Rightarrow \eta_{ad} = \frac{H_{ad}}{H_p} \eta_p = \frac{ZRT_1 \frac{k}{k-1} \left[ r_p^{k-1/k} - 1 \right]}{ZRT_1 \frac{n}{n-1} \left[ r_p^{n-1/n} - 1 \right]} \eta_p = \frac{ZRT_1 \frac{k}{k-1} \left[ r_p^{k-1/k} - 1 \right]}{ZRT_1 \frac{k}{k-1} \eta_p \left[ r_p^{n-1/n} - 1 \right]} \eta_p$$

$$\Rightarrow \eta_{ad} = \frac{r_p^{k-1/k} - 1}{r_p^{n-1/n} - 1} \quad (2-14)$$

همانطور که مشاهده می شود، کارایی آدیباتیک تابعی از نسبت فشار و بنابراین بستگی به حالت ترمودینامیکی گاز تحت فشار دارد.

به عنوان یک مثال به شکل ۲-۱ مراجعه کنید، یک نمودار از کارایی آدیباتیک که تابعی از نسبت فشار برای گازی با مقدار  $k=1.4$  و یک پروانه با کارایی پلی تروپیک ۷۸٪ است

$$, r_p = 2.0 \text{ if } \eta_{ad} = 75.8\%$$

$$, r_p = 10.0 \text{ if } \eta_{ad} = 70.3\%$$

دو مقدار برای کارایی آدیباتیک کاملاً متفاوت هستند.

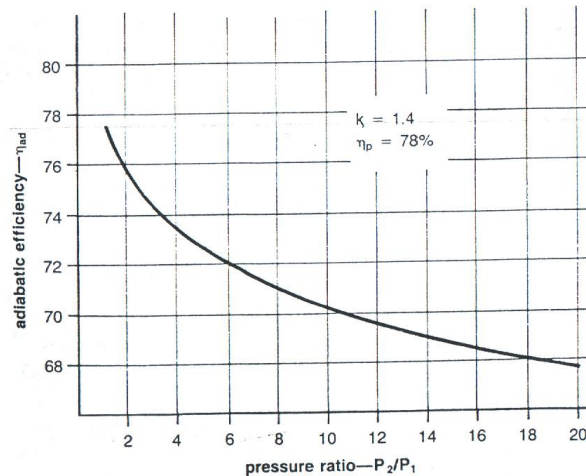


Figure 2-1. Adiabatic efficiency as a function of pressure ratio for  $k=1.4$  and polytropic efficiency = 78%.

<sup>۱۷</sup> The polytropic approach offers two distinct advantages over the adiabatic approach

<sup>۱۸</sup> This relationship follows in a slightly different form for convenience

<sup>۱۹</sup> Thermodynamic state



بنابراین اگر یک سازنده کل فرآیند را پلی تروپیک فرض کند، او می تواند یک پروانه را طراحی، و منحنی کارایی آنرا بدون در نظر گرفتن تصحیحات فشار، دما، یا وزن مولکولی گاز تحت فشار، محاسبه کند. سازنده در صورتی که فرآیند را آدیباتیک در نظر بگیرد، این برتری را ندارد. مسلماً، سازنده باید یک سری کامل از منحنی ها را برای نسبت های فشار مختلف رسم کند و برای هر موقعیت مابین آنها درون یابی کند. همچنین، اگر خواننده اطلاعاتی در مورد مقدار کارایی پلی تروپیک کمپرسورهای سانترفیوژ داشته باشد، می تواند اطلاعات را بدون تصحیحات نسبت فشار بکار ببرد. توجه داشته باشید که برای محل هایی با نسبت فشار کم مانند خدمات هوای فشار پایین، تاثیر نسبت فشار روی کارایی آدیباتیک قابل صرف نظر است و راه حل آدیباتیک راه حل قابل قبولی است. برای این موقعیت ها، خواننده باید فرضیات خود را با در نظر گرفتن هد آدیباتیک و کارایی آدیباتیک انجام دهد.

مزیت دیگر راه حل پلی تروپیک مربوط به هد است: مجموع هد های پلی تروپیک برای هر مرحله فشرده سازی برابر است با هد پلی تروپیک مورد نیاز برای رفتن از حالت ۱ به حالت ۲. (شکل ۲-۲)

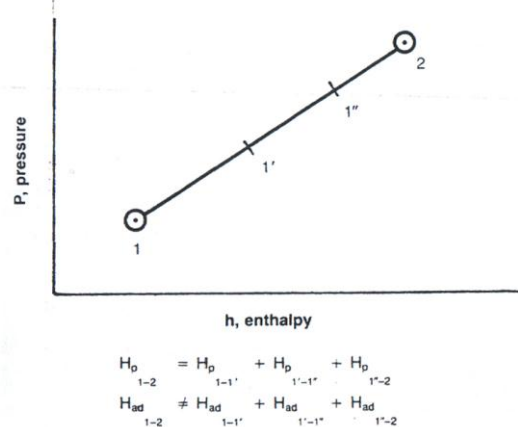


Figure 2-2. The sum of the stage polytropic heads equals the total polytropic head of the compressor.

این موضوع در مثال زیر بهتر نشان داده شده است.

مثال ۲-۱:

یک کمپرسور ۴ مرحله ای را در نظر بگیرید، نسبت فشار مورد نیاز فرآیند ۲٫۹ است. گاز دارای مشخصات زیر است:

$$k=1,4$$

$$MW=28 \text{ lbm/lbm.mol (kg/kg.mol)}$$

$$=1,0 Z_a$$

$$T_1 = 100^\circ F (37.8^\circ C) = 560^\circ R (311^\circ K)$$

برای این مثال، کارایی پلی تروپیک هر مرحله را ۷۸٪ در نظر بگیرید. از شکل ۲-۱ برای محاسبه کارایی آدیباتیک برای هر دو حالت سرتاسر و هر مرحله از فشرده سازی استفاده کنید.

ابتدا معادله هد پلی تروپیک را با تبدیل واحد مناسب بازنویسی می کنیم. معادله هد آدیباتیک با جایگزینی  $k$  به جای  $n$  بدست می آید. توجه داشته باشید که در این مرحله رابطه هد بر مبنای متوسط ضریب فشرده سازی  $Z_a$  نوشته می شود. (جزئیات بیشتر در فصل ۵)

در سیستم انگلیسی:

$$H_p = Z_a \frac{1545}{MW} T_1 \frac{n}{n-1} \left[ r_p^{n-1/n} - 1 \right] \quad (2-15)$$

و در سیستم SI:

$$H_p = \frac{Z_a}{1000} \frac{8314}{MW} T_1 \frac{n}{n-1} \left[ r_p^{n-1/n} - 1 \right] \quad (2-16)$$

در مرحله بعدی مقدار  $\frac{n}{n-1}$  را از مقدار  $k$  و کارایی پلی تروپیک محاسبه می کنید

$$\frac{k}{k-1} = \frac{1.4}{0.4} = 3.5$$

$$\frac{n}{n-1} = \frac{k}{k-1} \eta_p = (3.5)(0.78) = 2.73$$

اکنون، هد کلی را برای فرآیندهای پلی تروپیک و آدیباتیک در سیستم های انگلیسی و SI بدست می آوریم.

$$H_p = (1.0) \left( \frac{1545}{25} \right) (560) (2.73) [2.9^{1/2.73} - 1] = 40240 \frac{\text{ft-lbf}}{\text{lbf}}$$

$$H_{ad} = (1.0) \left( \frac{1545}{28} \right) (560) (3.5) [2.9^{1/3.5} - 1] = 38450 \frac{\text{ft-lbf}}{\text{lbf}}$$

در سیستم SI

$$H_p = \left( \frac{1}{1000} \right) \left( \frac{8314}{28} \right) (311) (2.73) [2.9^{1/2.73} - 1] = 120.2 \frac{\text{kn.m}}{\text{kg}}$$

$$H_{ad} = \left( \frac{1}{1000} \right) \left( \frac{8314}{28} \right) (311) (3.5) [2.9^{1/3.5} - 1] = 114.9 \frac{\text{kn.m}}{\text{kg}}$$

همچنین با توجه به شکل ۱-۲ توجه داشته باشید که کارایی آدیباتیک کل برای نسبت فشار ۲٫۹ برابر ۷۴٫۵٪ است. برای اهداف این بحث، فرض کنید که هر مرحله فشرده سازی یک نسبت فشار برابر را افزایش می دهد. نسبت فشار هر مرحله از ۴ کمپرسور باید برابر باشد با:

$$r_p^{1/\text{stages}} = 2.9^{1/4} = 1.305$$

روابط دمایی خروجی فرآیندهای پلی تروپیک و آدیباتیک به شکل زیر هستند

Polytropic	Adiabatic
$r_1 = r_p^{(n-1)/n}$	$T_2 = \frac{T_1(r_p^{k-1/k} - 1)}{\eta_{ad}} + T_1$
$T_2 = T_1 r_p^{(n-1)/n}$	

توجه داشته باشید که اثبات رابطه دمایی خروجی از این مثال مشهود است. مقدار دمایی خروجی باید با صرف نظر از فرض پلی تروپیک یا آدیباتیک، مقدار یکسانی بدست آید. به جدول ۱-۲ برای اثبات این مطلب نگاه کنید. اکنون هد مورد نیاز برای هر مرحله را با فرض های پلی تروپیک و آدیباتیک بدست آورده و مقدار آنها را با هم جمع کنید. مقدار کارایی آدیباتیک هر مرحله را می توان از شکل ۱-۲ بدست آورد. جدول ۱-۲ در سیستم انگلیسی است. مقادیر در واحدهای SI در پرانتز آورده شده اند.

همانطور که در جدول ۱-۲ مشاهده می شود، مجموع هد های منحصر به هر مرحله با هد کلی مورد نیاز با توجه به نسبت فشار برابر است. همانطور که مشاهده می شود این قانون برای فرآیند آدیباتیک برقرار نیست. در فرآیندهای فشرده سازی حقیقی، باید سعی شود هد خروجی از همه مراحل با هم برابر باشد، در صورتیکه که نسبت فشار در اثر افزایش دمایی ورودی که بر اثر فرآیندی که بر روی گاز از یک مرحله به مرحله بعد صورت می گیرد، کاهش می یابد. در مثال قبل، برای سادگی نسبت فشار را در طول هر مرحله ثابت فرض کردیم. به عنوان تمرین، خواننده می تواند هد پلی تروپیک را در طول هر مرحله ثابت و برابر با  $30 \text{ N.m/kg}$  (۱۰۰۰۰ ft-lbf/lbm) فرض کند و نسبت فشار را بدست آورد.

یک زمان که نسبت فشار معلوم باشد، هد آدیباتیک را می توان محاسبه کرده و قانون مورد بحث همچنان برقرار است.<sup>۲۰</sup> در این مورد، تا زمانی که نسبت فشار از یک مرحله به مرحله بعد تغییر کند، کارایی آدیباتیک نیز تغییر می کند.<sup>۲۱</sup>

<sup>۲۰</sup> Once the pressure ratios are known, the adiabatic heads can be calculated and the principle discussed proven to still hold

<sup>۲۱</sup> In this case, since the pressure ratio will vary from one stage to another, so will the adiabatic efficiency



Table 2-1  
Stage-by-Stage Calculation

Stage	$r_p$	$\eta_p$ (%)	$\eta_{ad}$ (%)	$T_1$ °R (K)	$H_p$ ft-lbf/lbm (kN-m/kg)	$H_{ad}$ ft-lbf/lbm (kN-m/kg)	$T_{2p}$ °R (K)	$T_{2ad}$ °R (K)
1	1.305	78	77.2	560 (311)	8,640 (25.8)	8,550 (25.5)	617 (343)	617 (343)
2	1.305	78	77.2	617 (343)	9,520 (28.5)	9,420 (28.2)	681 (378)	681 (378)
3	1.305	78	77.2	681 (378)	10,510 (31.4)	10,390 (31.0)	750 (417)	750 (417)
4	1.305	78	77.2	750 (417)	11,570 (34.6)	11,450 (34.2)	827 (459)	827 (459)
Results based on stage-by-stage	2.9	—	—	—	40,240 (120.3)*	39,810 (118.9)	—	—
Results based on overall pressure ratio	2.9	78	74.5	—	40,240 (120.2)	38,450 (114.9)	827 (459)	827 (459)

\*Difference due to round-off error.

• چگونه يك پروانه توليد هد مي كند<sup>۲۲</sup> در بحث قبلي مطرح شد كه هد پلي تروپيك مورد نياز، نيازمند افزايش فشار سيستم است<sup>۲۳</sup> اما چطور پروانه هاي سانترفيوژ اين هد را ايجاد مي كنند؟ پروانه سانترفيوژ انرژي جنبشي به گاز اضافه مي كند، بوسيله بالا بردن سرعت گاز با حركت چرخشي پروانه. قسمتي از اين انرژي جنبشي باعث افزايش فشار استاتيكي در پروانه مي شود، نگهدارنده در سرعت هد تاثير مي گذارد كه بعداً بوسيله پخش كننده ها كه در اجزاي ثابت كمپرسور قرار دارند تبديل به فشار مي شود.<sup>۲۴</sup> انرژي جنبشي، تابعي از مزدوج سرعت است. بنابراين، هد توليد شده توسط پروانه نسبت مستقيم با مزدوج سرعت نوک مکانیکی<sup>۲۵</sup> پروانه دارد

$$H_p \propto u^2$$

در صورتي كه:

$$u = \text{سرعت نوک مکانیکی}$$

توجه كنيد كه واحد  $u^2$ ،  $ft^2/sec^2$  است، اين واحدها مي توانند با تقسيم بر ثابت گرانش ( $g_c$ ) به واحد هد تبديل شوند:

$$g_c = 32.2 \text{ } ft - lbm / lbf - sec^2 \text{ } kg.m / N.s^2$$

اگر در نسبت قرار دهيم:

$$H_p \propto \frac{u^2}{g_c}$$

عبارت بدون بعد  $\mu$  را ضريب هد مي ناميم.

$$H_p = \frac{\mu \cdot u^2}{g_c} \quad (2-17)$$

در سيستم انگليسي

$$H_p = \frac{\mu \cdot u^2}{32.2}$$

در سيستم SI ( $kN.m / kg$ )

$$H_p = \frac{\mu \cdot u^2}{1000}$$

<sup>۲۲</sup> How the Impeller Produces Head

<sup>۲۳</sup> The foregoing discussion considered the polytropic head requirement necessary to elevate the pressure of the system

<sup>۲۴</sup> The remainder results in velocity head which later converts to an additional pressure rise in the diffuser located in the compressor stationary hardware

<sup>۲۵</sup> Mechanical tip speed

ضریب هد،  $\mu$ ، برای هر پروانه خاص متفاوت است. این ضریب با کاهش جریان در پروانه افزایش پیدا می کند، و و اشکال بزرگی محسوب می شود.<sup>۲۶</sup> تغییرات  $\mu$  با جریان، منحنی مشخصه پروانه را معین می کند. یک رابطه نمونه در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است.

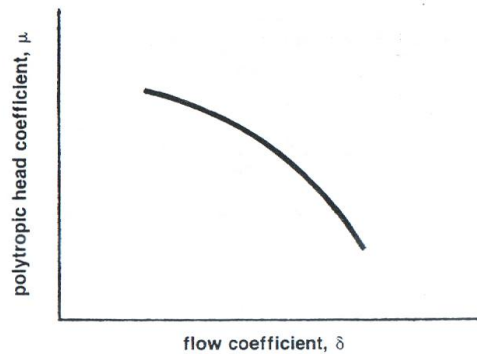


Figure 2-3. Typical variation of head coefficient with flow coefficient. (Note that the flow coefficient is a nondimensional flow term and a function of volume flow/rotational speed.)

یک تمرین معمول در صنعت این است که فرض می کنند یک پره هد پلی تروپیک اسمی  $10000 \text{ ft-lbf/lbm}$  (  $30 \text{ kN.m/kg}$  ) را تولید می کند. این فرض همیشه بکار برده نمی شود<sup>۲۷</sup>، مخصوصاً در مواردی با دماهای خیلی پایین یا وزن مولکولی بالا. (این مورد در بحث های بعدی بیشتر بررسی می شود). ضریب هد  $\mu$ ، از حدود  $0.4$  تا  $0.6$  متغیر است، مقدار متوسط  $\mu = 0.5$  را فرض کنید. سرعت عملیاتی اسمی نوک پروانه ها در حدود  $244 \text{ m/s}$  ( $800 \text{ ft/sec}$ ) است، از آنجا هد پلی تروپیک برابر است با:

$$\text{ft-lbf/lbm } H_p = \frac{0.5 \times 800^2}{32.2} = 9940 \cong 10000$$

$$\text{kN.m/kg } H_p = \frac{0.5 \times 244^2}{1000} = 29.8 \cong 30$$

#### • خلاصه

خواننده باید با رابطه های فراوانی که در این فصل معرفی شدند آشنا شده باشد. معادله های مهم تر – آنهایی که در محاسبات کمپرسورهای سانترفیوژ مورد استفاده قرار می گیرند – در جدول های ۲-۲ و ۲-۳ بیان شده اند. جدول ها شامل تمام ضرایب تصحیح می باشند، رابطه ها به شکل قابل استفاده آنها هستند<sup>۲۸</sup>. واحدهای لیست شده استفاده فراوانی در صنعت دارند.

<sup>۲۶</sup> The head coefficient,  $\mu$ , is a variable for any particular impeller. It increases as the flow through the impeller decreases, and vice versa

<sup>۲۷</sup> This rule of thumb does not always apply

<sup>۲۸</sup> The equations are therefore in useable form as they appear.

Table 2-3  
Centrifugal Compressor Equations—Metric Units

General			
$P_r = \frac{P}{P_c}$	$T_r = \frac{T}{T_c}$	$\frac{n}{n-1} = \frac{k}{k-1} \eta_p$	
Compressor Ratio Equations			
Pressure Ratio	Temperature Ratio	Volume Ratio	
$r_p = \frac{P_2}{P_1}$	$r_T = \frac{T_2}{T_1}$	$r_v = \frac{V_1}{V_2}$	
$r_p = r_p^{(k-1)/n}$	$r_T = r_p^{(k-1)/n}$	$r_v = r_p^{1/n}$	
$r_p = r_p^n$	$r_T = r_p^{n-1}$	$r_v = r_p^{1/(n-1)}$	
Compressor Process Equations			
Polytropic		Adiabatic	
Head:	$H_p = Z_c \frac{8.314}{1,000} \frac{T_1}{MW} \frac{n}{n-1} \left[ r_p^{(n-1)/n} - 1 \right]$	$H_{ad} = Z_c \frac{8.314}{1,000} \frac{T_1}{MW} \frac{k}{k-1} \left[ r_p^{(k-1)/k} - 1 \right]$	
Discharge temperature:	$T_2 = r_T T_1 = r_p^{(n-1)/n} T_1$	$T_2 = \frac{T_1 \left[ r_p^{(k-1)/k} - 1 \right]}{\eta_{ad}} + T_1$	
Power:	$PWR_s = \frac{mH_p}{3,600 \eta_p}$	$PWR_s = \frac{mH_{ad}}{3,600 \eta_{ad}}$	
Units			
$P$	kPa	$H$	kJ·m/kg
$T$	K	$m$	kg/h
$v$	m <sup>3</sup> /kg	PWR	kW
MW	kg/kg-mol	$\eta$	%

The following terms are dimensionless:

$P_r$	$k = \frac{C_p}{C_v}$	$r_v$
$T_r$	$r_p$	$Z_c$
$n$	$r_T$	

Table 2-2  
Centrifugal Compressor Equations—English Units

General			
$P_r = \frac{P}{P_c}$	$T_r = \frac{T}{T_c}$	$\frac{n}{n-1} = \frac{k}{k-1} \eta_p$	
Compressor Ratio Equations			
Pressure Ratio	Temperature Ratio	Volume Ratio	
$r_p = \frac{P_2}{P_1}$	$r_T = \frac{T_2}{T_1}$	$r_v = \frac{V_1}{V_2}$	
$r_p = r_p^{(k-1)/n}$	$r_T = r_p^{(k-1)/n}$	$r_v = r_p^{1/n}$	
$r_p = r_p^n$	$r_T = r_p^{n-1}$	$r_v = r_p^{1/(n-1)}$	
Compressor Process Equations			
Polytropic		Adiabatic	
Head:	$H_p = Z_c \frac{1.545}{MW} \frac{T_1}{n-1} \left[ r_p^{(n-1)/n} - 1 \right]$	$H_{ad} = Z_c \frac{1.545}{MW} \frac{T_1}{k-1} \left[ r_p^{(k-1)/k} - 1 \right]$	
Discharge temperature:	$T_2 = r_T T_1 = r_p^{(n-1)/n} T_1$	$T_2 = \frac{T_1 \left[ r_p^{(k-1)/k} - 1 \right]}{\eta_{ad}} + T_1$	
Power:	$PWR_s = \frac{mH_p}{33,000 \eta_p}$	$PWR_s = \frac{mH_{ad}}{33,000 \eta_{ad}}$	
Units			
$P$	psia	$H$	ft·lbf/lbm
$T$	°R	$m$	lbm/min
$v$	ft <sup>3</sup> /lbm	PWR	horsepower
MW	lbm/lbm-mol	$\eta$	%

The following terms are dimensionless:

$P_r$	$k = \frac{C_p}{C_v}$	$r_v$
$T_r$	$r_p$	$Z_c$
$n$	$r_T$	